Beweis von Zagier

$$\boxed{\forall p > 3\, prim, p \equiv 1\ (4)\ \exists x, y\ \in Z: p = x^2 + y^2}$$

Beweis: p=1(4) => p = 4k+1

Ansatz: p = x^2+4yz => eine Lösung: x=1, y=k, z=1 => Tripel (x,y,z) = (1,k,1)

(1) p = x^2+4yz muss endlich viele Lösungen haben

(2) Die Zahl der Lösungen ist ungerade

(3) Wenn (x,y,z) Lösung, dann auch (x,z,y), d.h. paarweise

(4) Wegen (2) ungerade => y=z => p = $x^2+4y^2 = x^2 +(2y)^2$